

基于压缩感知理论 NSLO 算法的改进*

陶亮, 刘海鹏, 王蒙

(昆明理工大学 信息工程与自动化学院, 云南 昆明 650500)

摘要: 压缩感知理论提供一种全新的信号获取方式; 对信号进行稀疏变换, 利用少量的观测值, 通过重构算法实现信号的高精度重构。其中, 信号重构是压缩感知的核心, 而在信号重构的各类算法中, 最直接、有效的信号重构的方法是在 L_0 范数下求解。为了解决 NSLO (Newton Smooth L_0 Norm) 算法重构质量较差的问题, 在 NSLO 算法基础上, 采用“陡峭性”更大的反余弦函数, 结合修正牛顿法和牛顿阻尼法, 提出一种更快速、精度更高的信号重建算法, 命名为 ACNSLO (Arc Cosin Newton Smooth L_0 Norm)。通过一维信号、二维图像重构实验, 结果表明该算法在相同条件下与同类算法相比, 在精确重构率和峰值信噪比上都有较大提高。

关键词: 压缩感知; 重构算法; 反余弦函数; 修正牛顿法; 牛顿阻尼法

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

DOI: 10.16157/j.issn.0258-7998.200323

中文引用格式: 陶亮, 刘海鹏, 王蒙. 基于压缩感知理论 NSLO 算法的改进[J]. 电子技术应用, 2021, 47(5): 77-81.

英文引用格式: Tao Liang, Liu Haipeng, Wang Meng. Improvement of NSLO algorithm based on compressed sensing theory[J]. Application of Electronic Technique, 2021, 47(5): 77-81.

Improvement of NSLO algorithm based on compressed sensing theory

Tao Liang, Liu Haipeng, Wang Meng

(School of information Engineering and Automation, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China)

Abstract: Compressed sensing theory provides a new way of signal acquisition. The signal is sparse transformed, and a few observed values are used to reconstruct the signal with high precision. Among them, the signal reconstruction method is the core of compressed sensing. Among all kinds of signal reconstruction algorithms, the most direct and effective signal reconstruction method is to solve under L_0 Norm. In order to solve the problem of poor reconstruction quality of NSLO (Newton Smooth L_0 Norm) algorithm, this paper proposed a faster and more accurate signal reconstruction algorithm named ACNSLO (Arc Cosin Newton Smooth L_0 Norm), based on NSLO algorithm, adopting the arccosine function with greater steepness, and combining the modified Newton method and Newton damping method. Experiments on one-dimensional signal and two-dimensional image reconstruction show that the reconstruction rate and signal-to-noise ratio are greatly improved compared with similar algorithms under the same conditions.

Key words: compressed sensing; reconstruction algorithm; arccosine; modified Newton method; Newton damping method

0 引言

传统的信号采样受限于奈奎斯特定理^[1-2], 采样速率低下, 急需一种新的信号采样方法, 在这种情况下压缩感知^[3]被提了出来。

压缩感知中最重要的环节就是信号重构, 它的作用就是在观测值较少的情况下精确、快速地恢复原信号。目前最直接的重构方法就是在 L_0 范数下求解最优化表达式^[4-5]。于是, 为了提高信号的重构速率, MOHIMSNI G H 等人在 2009 年提出了基于平滑 L_0 范数的重建。随后在此算法上, 研究者们相继提出了基于 SL_0 的 $TSLO$ (Thresholded SL_0)^[6] 算法、基于 SL_0 的 $NSLO$ (Newton SL_0) 算法^[7] 和 L_0AM (L_0 Norm Approximation) 算法^[8]。在以上所

提算法中, NSLO 算法重构得到的图像是最优的^[9], 但 NSLO 算法重构质量依然不足。于是本文在 NSLO 算法的基础上提出了 ACNSLO 算法, 该算法采用反余弦函数来近似估计 L_0 范数, 结合修正牛顿法^[10-12] 和阻尼牛顿法, 获得的一种更快速、高效的信号重建算法, 经过仿真, 得出该算法在重构误差和峰值信噪比^[13-14] 方面有较大改善。

1 NSLO 算法

NSLO 算法的主要思想是采用双曲正切函数族来取代 SL_0 所采用的高斯函数族, 用修正牛顿法取代最速下降法, 而且相对于高斯函数, 双曲正切函数更陡峭, 所以会更加逼近 L_0 范数, 重构的效果理论上更好。双曲正切函数的数学表达式如下:

* 基金项目: 国家自然科学基金项目(61563025)

$$F_{\sigma}(s_i) = \sum_{i=1}^N \frac{e^{\frac{s_i^2}{2\sigma^2}} - e^{-\frac{s_i^2}{2\sigma^2}}}{e^{\frac{s_i^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{s_i^2}{2\sigma^2}}} \quad (1)$$

式中, s_i 为稀疏系数 s 的分量, σ 为趋近于 0 的递减参数。在 NSLO 算法中, σ 的取值尤其关键, 由图 1 可以看出, 当 σ 较大时, 函数值 $F_{\sigma}(s_i)$ 变得非常平滑, 局部最大值也变得极少, 可以避免受到局部极值点的影响; 当 σ 非常小时, F_{σ} 与 L0 范数非常接近, 但是函数曲线很不平滑。基于这种性质, 所以一开始直接选取 σ 的最大值 (即 $4\max|s_i|$), 然后以一定间隔递减, 最后逐渐逼近全局最优解。因为 NSLO 算法精度高, 所以得到了广泛的应用。但是 NSLO 算法采用双曲正切函数来逼近 L0 范数未必是最优的, 也就是它的重构质量依然不够好, 故本文提出一种改进的 ACNSLO 算法。

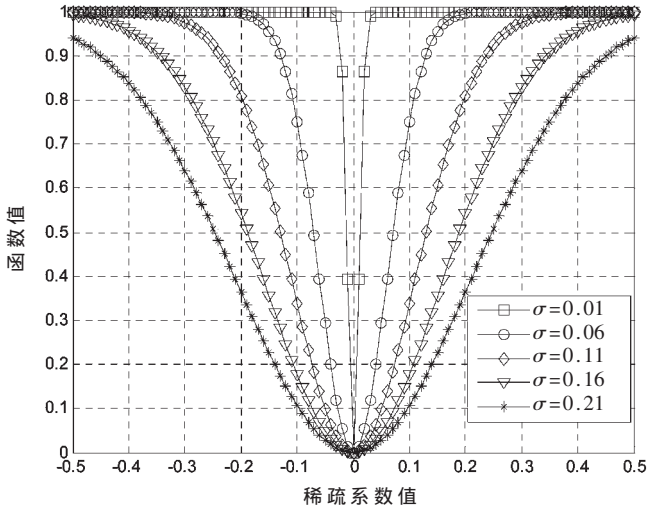


图 1 双曲正切函数在不同 σ 下的函数逼近效果

2 ACNSLO 算法

ACNSLO 算法主要原理是采用反余弦函数替代双曲正切函数去逼近 L0 范数, 如图 2 所示, 由于反余弦函数比 SLO 采用的高斯函数、NSLO 采用的双曲正切函数更具有“陡峭性”, 因此其在数学意义上也更逼近于 L0 范数, 因而理论上重构效果也更好, 并加入牛顿阻尼, 以此选择合适的步长, 不断更新, 直到重构出信号。

本文提出的反余弦函数的数学表达式如下:

$$f_{\sigma}(s_i) = \frac{2}{\pi} \text{Re}[\arccos(\frac{s_i}{\mu\sigma^2})] \quad (2)$$

其中, Re 表示函数值 $f_{\sigma}(s_i)$ 取实部, μ 可以取一个大于 1 的常数。由此可得到:

$$\lim_{\sigma \rightarrow 0} f_{\sigma}(s_i) = \begin{cases} 1, & s_i = 0 \\ 0, & s_i \neq 0 \end{cases} \quad (3)$$

定义反正弦函数族如下:

$$F_{\sigma}(s) = N - \sum_{i=1}^N f_{\sigma}(s_i) \quad (4)$$

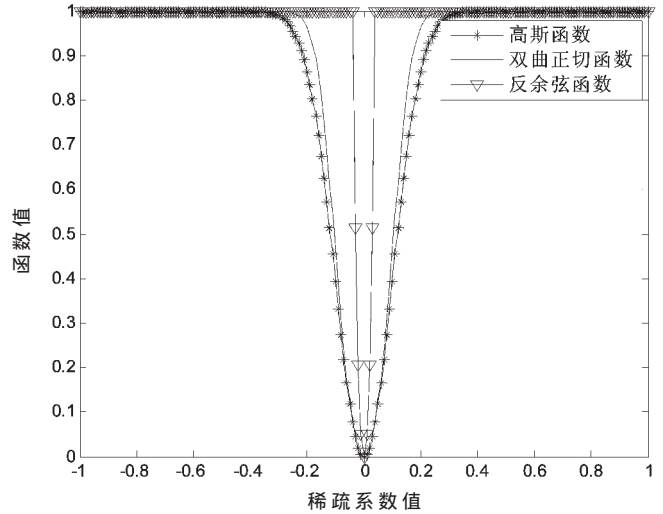


图 2 当 $\sigma=0.1$ 时 3 种函数逼近效果对比图

其中, N 表示信号的长度, 当递减参数 σ 非常小时, 函数 $F_{\sigma}(s)$ 的函数值等同于稀疏系数 s 中不为 0 元素的个数, 所以公式 $\min \|s\|_0 \text{ s.t. } y=As$ 可以转换为:

$$\|s\|_0 = \lim_{\sigma \rightarrow 0} F_{\sigma}(s) \quad (5)$$

其中, $\|s\|_0$ 表示稀疏系数中非 0 系数的个数。该算法同 NSLO 算法一致, 采用修正牛顿法, 从而避免出现“锯齿”现象, 修正牛顿公式计算如下:

$$\nabla F_{\sigma}(s_i) = \left[\frac{4}{\pi\mu\sigma^2} \text{Re}\left(\frac{s_1}{\sqrt{1-\mu^2\sigma^4}}\right), \dots, \frac{4}{\pi\mu\sigma^2} \text{Re}\left(\frac{s_N}{\sqrt{1-\mu^2\sigma^4}}\right) \right]^T \quad (6)$$

接着求二阶偏导:

$$\frac{\partial^2 f_{\sigma}(s_i)}{\partial s_i^2} = \frac{4}{\pi\mu\sigma^2} \text{Re} \left[\frac{1}{\sqrt{1-\frac{s_i^2}{\mu^2\sigma^4}}} \right] + \frac{8}{\pi\mu^3\sigma^6} \text{Re} \left[\frac{1}{\sqrt[3]{1-\frac{s_i^2}{\mu^2\sigma^4}}} \right] \quad (7)$$

由于海森矩阵的特征值不一定是正定的, 现提出式(8)表示的构造矩阵对其进行修正, 求得:

$$\varepsilon_i = \frac{4}{\pi\mu^3\sigma^6} \text{Re} \left[\frac{s_i^4}{\sqrt{1-\frac{s_i^2}{\mu^2\sigma^4}}} \right] - \frac{8}{\pi\mu^3\sigma^6} \text{Re} \left[\frac{s_i^4}{\sqrt[3]{1-\frac{s_i^2}{\mu^2\sigma^4}}} \right] \quad (8)$$

得到修正法牛顿方向:

$$d = \left[-\frac{\mu^2\sigma^4 s_1}{\mu^2\sigma^4 + s_1^4}, \dots, -\frac{\mu^2\sigma^4 s_N}{\mu^2\sigma^4 + s_N^4} \right]^T \quad (9)$$

但是上面提到的修正牛顿法存在一个缺点, 就是迭代公式为定长迭代, 对于目标函数, 有时候会出现迭代发散的情况, 这表明牛顿法不能保证函数值稳定地下降, 对此, 为了消除该弊病, 引用了牛顿阻尼法。牛顿阻尼法的最优步长因子满足:

$$f(s_k + \gamma_k d_k) = \min_{\gamma \geq 0} (s_k + \gamma_k d_k) \quad (10)$$

其中, s_k 表示 k 次迭代后的重构系数, d_k 表示 k 次迭代后的步长, 由式(10)可得到本算法的最优步长因子为 $\gamma_k = -s_k / d_k$ 。

本文提出的算法(ACNSLO 算法)如下:

输入: 传感矩阵 $A_{M \times N}$, 观测矩阵 $Y_{M \times N}$;

(1) 初始 $s = A^T(AA^T)^{-1}Y$; $\sigma_j = \beta\sigma_{j-1}$, σ 为递减数列, β 为衰减因子。

(2) 外部循环: $j = 1, 2, 3, \dots, J$ 。

① 令 $\sigma = \sigma_j$;

② 令 $s = \hat{s}_{j-1}$;

③ 内部循环: $l = 1, 2, 3, \dots, L$ 。

(a) 计算修正后的牛顿方向:

$$d = \left[-\frac{\mu^2 \sigma^4 s_1}{\mu^2 \sigma^4 + s_1^4}, \dots, -\frac{\mu^2 \sigma^4 s_N}{\mu^2 \sigma^4 + s_N^4} \right]^T$$

(b) 用牛顿阻尼法选择最优步长 γ , 对重构信号进行更新 $s = s + \gamma d$;

(c) 根据梯度投影原理, 得到 $s \leftarrow s - A^T(AA^T)^{-1}(As - y)$;

④ $\sigma_j = \beta\sigma_{j-1}$, 更新 σ , 其中 β 为衰减因子

⑤ $\hat{s}_j = s$;

输出: 重构系数 $\hat{s} = \hat{s}_j$ 。

3 仿真结果与分析

3.1 一维信号测试

为了测试 ACNSLO 算法对信号的重构效果, 首先用一维信号进行仿真测试, 信号的长度为 $N=128$, 仿真结果如图 3 所示, 带空心圆球的黑线表示重构信号, 黑线表示重构信号。由图 3 可以看出, 两种类型的黑线基本重合, 且重构误差为 $2.208 4 \times 10^{-13}$, 因此可得出本算法可以达到对一维信号的高精度重构。

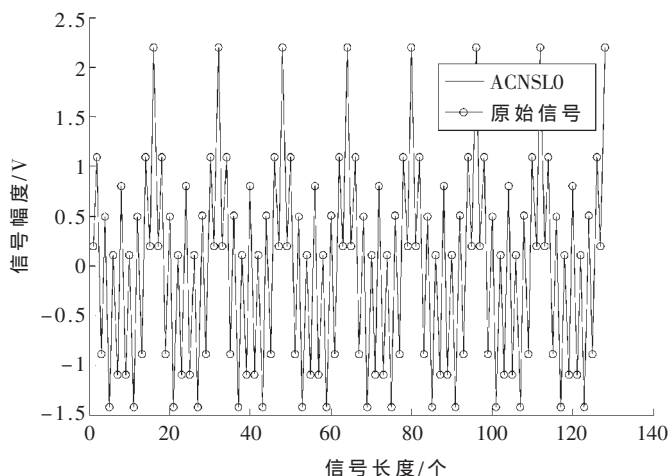


图 3 ACNSLO 算法的一维信号测试

然后给出 3 种算法的峰值信噪比(PSNR)对比图, 如图 4 所示, 随着压缩比的增大, 3 种算法的峰值信噪比

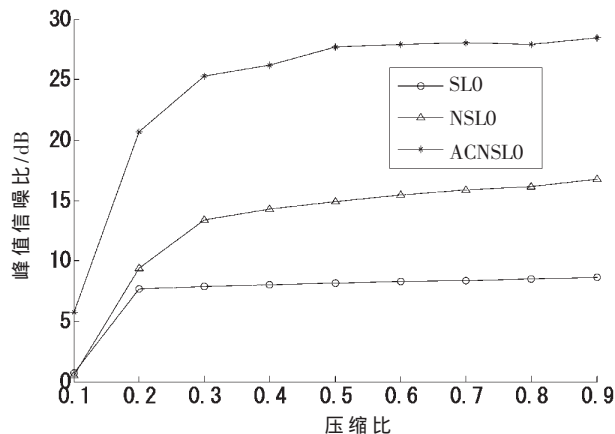


图 4 3 种算法的 PSNR 对比图

也相对增大, 但是 ACNSLO 算法压缩比在 $[0.1, 0.9]$ 区间中始终大于另外两种算法, 可见其重构性能的优越性。

3.2 二维图像重构测试

为了更深一步验证该算法的性能, 最后验证其对二维图片的重构效果。仿真结果如图 5~图 7 所示。

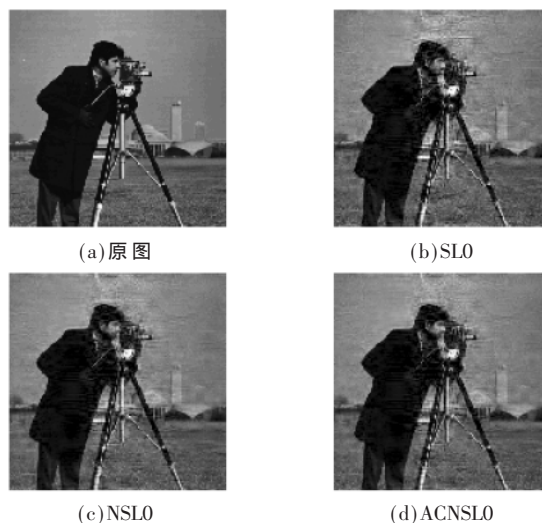


图 5 3 种算法在压缩比为 0.4 时的二维重构实验

图 5~图 7 分别是 SLO、NSLO、ACNSLO 算法在压缩比分别为 0.4、0.5 和 0.6 时的重构图像, 随着压缩比的增大, 3 种算法的峰值信噪比(SNR)均明显上升。但从表 1~表 3 均可以看出, 虽然本算法重构时间多于另外两种算法, 但无论压缩比为 0.4、0.5 还是 0.6 时, ACNSLO 算法的峰值信噪比始终最大, 重构误差也是最小的。由此可以看出该算法的优越性。

4 结论

针对压缩感知中 NSLO 算法信号重构精度的不足, 本文在此算法的基础上提出了一种改进算法, 命名为 ACNSLO 算法, 该算法用反余弦函数代替 NSLO 所采用双曲正切函数去逼近 L0 范数, 并引入牛顿阻尼法使本算法稳定收敛, 经过一维和二维仿真对比, 发现该算法的

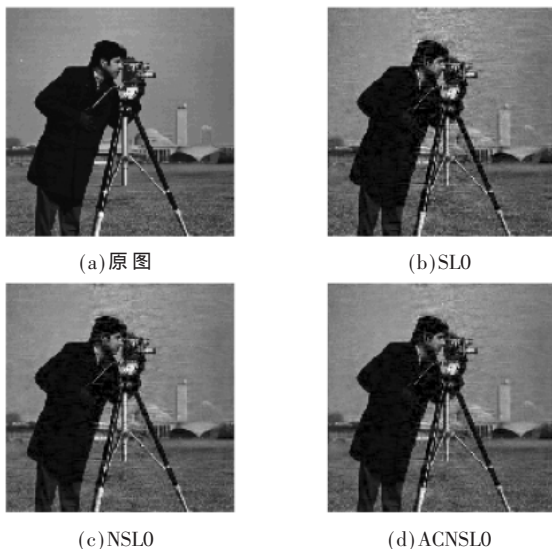


图6 3种算法在压缩比为0.5时的二维重构实验

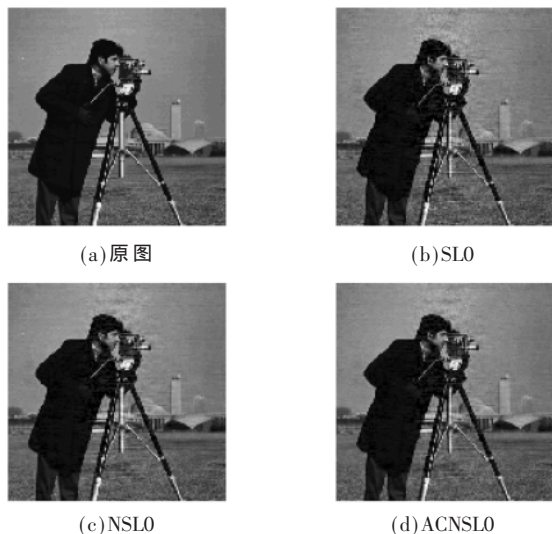


图7 3种算法在压缩比为0.6时的二维重构实验

表1 SLO、NSLO、ACNSLO算法压缩比为0.4时二维重构性能比较

算法	峰值信噪比	时间/s	误差
SLO	23.384 403	1.251 462	0.129 384
NSLO	24.520 539	0.359 764	0.112 372
ACNSLO	24.621 379	3.174 397	0.111 499

表2 SLO、NSLO、ACNSLO算法压缩比为0.5时二维重构性能比较

算法	峰值信噪比	时间/s	误差
SLO	25.184 775	1.374 229	0.103 178
NSLO	26.940 346	1.593 969	0.083 543
ACNSLO	27.076 507	3.564 141	0.082 536

重构质量明显优于另外两种算法。但在运行时间上,由于ACNSLO算法的复杂性,故稍慢于另两种算法,后续将针对算法运行时间方面做进一步研究。

表3 SLO、NSLO、ACNSLO算法压缩比为0.6时二维重构性能比较

算法	峰值信噪比	时间/s	误差
SLO	27.405 713	1.677 082	0.080 951
NSLO	28.983 179	1.963 909	0.066 957
ACNSLO	29.182 447	4.380 823	0.065 886

参考文献

- [1] CANDES E. Compressive sampling[C]. Proceeding of International Congress of Mathematicians, Zurich, Switzerland; European Mathematical Society Publishing House, 2006: 1433-1452.
- [2] 于状. FFT在谱分析中的简单应用举例[J]. 信息记录材料, 2020, 21(5): 186-188.
- [3] 吴明捷, 刘荣华, 田小平. “Nyquist”准则的简洁证明[J]. 北京石油化学学院学报, 2002, 5(2): 40-42.
- [4] FIGUEIREDO M, NOWAK R, WRIGHT S. Gradient projection for sparse reconstruction: application to compressed sensing and other inverse problems[J]. Journal of Selected Topics in Signal Processing; Special Issue on Convex Optimization Methods for Signal Processing, 2008, 1(4): 586-587.
- [5] XIA T Q, ZHENG Y, WAN Q. Adaptive regularized focuss algorithm[C]. 2007 IEEE Radar Conference, 2007.
- [6] MOHIMANI G H, BABAIE-ZADEH M, JUTTEN C. A fast approach for overcomplete sparse decomposition based on smoothed L0 norm[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(1): 289-301.
- [7] 林婉娟, 赵瑞珍, 李浩. 用于压缩感知信号重建的NSLO算法[J]. 中国科技论文在线, 2011, 5(1): 337-338.
- [8] 李颖, 王泽, 王俊华, 等. 基于L0范数近似最小化的稀疏信号重构方法[J]. 计算机工程与应用, 2015, 51(10): 200-204.
- [9] 孙娜, 刘继文, 肖东亮. 基于BFGS拟牛顿法的压缩感知SLO重构算法[J]. 电子与信息学报, 2018, 40(10): 2408-2414.
- [10] KUMAR N, MAJUMDAR R, SINGH S. Physics-based preconditioning of Jacobian free Newton Krylov for Burgers' equation using modified nodal integral method[J]. Progress in Nuclear Energy, 2019, 117(30): 214-218.
- [11] DINGFEI J, YUE Y, TAO G. A fast sparse recovery algorithm for compressed sensing using approximate L0 norm and modified Newton method[J]. Materials (Basel, Switzerland), 2019, 12(8): 229-330.
- [12] CHEN M H, WU Q B. On modified Newton-DGPMHSS method for solving nonlinear systems with complex symmetric Jacobian matrices[J]. Computers and Mathematics with Applications, 2018, 76(1): 437-440.
- [13] 张雯柏, 赵华北, 胡爱云, 等. 峰值信噪比标准下轨道图像预处理方法研究[J]. 湖南文理学院学报(自然科学版), 2019, 31(3): 7-12.

- [14] 关泽文,陈建文,鲍拯.一种改进的基于峰值信噪比-高阶奇异值分解的天波超视距雷达自适应海杂波抑制算法[J].电子与信息学报,2019,41(7):1743-1750.

(收稿日期:2020-04-21)

作者简介:

陶亮(1995-),男,硕士研究生,主要研究方向:基于压

缩感知的图像处理。

刘海鹏(1982-),通信作者,男,博士,高级实验师,主要研究方向:嵌入式系统研究与应用,E-mail:42227324@qq.com。

王蒙(1981-),男,副教授,主要研究方向:图像处理。



扫码下载电子文档

(上接第76页)

表2 原权重与修正后权重对比

权重	B_1				B_2				B_3		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
原权重	0.016 1	0.007 9	0.034 6	0.129 7	0.058 9	0.148 6	0.148 6	0.374 4	0.024 0	0.013 2	0.044 5
修正后	0.014 7	0.002 1	0.033 9	0.130 8	0.058 1	0.151 2	0.151 1	0.393 6	0.019 8	0.008 6	0.040 2
变化量	-0.001 4	-0.005 8	-0.000 7	0.001 1	-0.000 8	0.002 6	0.002 5	0.019 2	-0.004 2	-0.004 6	-0.004 3

十分小,所以应该减少该项权重,以突出重要指标。

利用修正后的抗干扰性能指标权重值对3种数据链的综合抗干扰性评分,可以得到: $R_{\text{adapt}}^*=[8.204\ 2, 7.057\ 4, 6.602\ 9]^T$ 。抗干扰性能排名没有变化,但是评分略有调整,更能体现某些关键指标的重要作用,在处理更多、更复杂的待评估对象时,能够更好地发挥作用。

可见,通过本文的自适应权重修正,可以对初步计算的权重进行自适应调整,针对不同的待评价对象和打分矩阵,可以进行不同的调整,进而获得更加科学的数据链综合抗干扰性能评估结果。

4 结论

本文构建了数据链综合抗干扰性能评估指标层次模型,综合考虑抗部分频带干扰、抗宽带阻塞干扰和抗转发式欺骗干扰这3种主流干扰样式。通过建立判断矩阵,获得各指标的权重,再通过打分矩阵得到数据链综合抗干扰性能的评价矩阵。针对权重无法反映指标稀缺性的问题,本文提出了权重值自适应调整算法,针对得到的评价矩阵自适应对各指标权重进行调整。通过分析,证明权重值的自适应调整算法符合指标稀缺性特点,能够更加科学地反映各指标在综合评价中的地位,保证了评估结果的科学性。

在复杂电磁环境下,必须对数据链的抗干扰性能有充分的掌握,本文提出的评估方法全面包含了数据链在不同干扰样式、不同指标中的综合性能,有助于全面掌握作战效能,且该方法科学可行,是一种实施数据链系统综合抗干扰性能评估的重要手段。

参考文献

- [1] 段俊奇,刘磊,徐雅琨,等.数据链系统综合测试技术研究综述[J].中国电子科学研究院学报,2019,14(7):697-702.
- [2] 陈强,陈长兴,陈婷,等.数据链通信系统仿真实现与抗干扰分析[J].计算机仿真,2015,32(9):199-204.
- [3] 彭军伟,柳林,韩志超.基于多维特征联合捷变的数据链

抗干扰技术[J].指挥信息系统与技术,2017,8(6):94-98.

- [4] 吴迪.空域自适应抗干扰在数据链通信中的应用[J].计算机应用,2017,37(6):1569-1573.
- [5] 张攀,马文平.一种新型无人机数据链抗压制干扰技术的研究[J].测控技术,2018,37(1):125-127.
- [6] 和欣,张晓林.音调及部分频带干扰下多音调制直接序列扩频的抗干扰性能[J].通信学报,2010,31(8):75-83.
- [7] 孟生云,杨文革,王金宝,等.DS/FH扩频测控信号同步方案的捕获性能[J].宇航学报,2010,31(8):2036-2042.
- [8] 吕卫华,徐大专.弹载数据链抗干扰性能分析[J].南京航空航天大学学报,2015,47(3):392-396.
- [9] 向辉,于晓辉,郑立会.弹载数据链信道模型仿真研究[J].航空兵器,2013(6):27-29.
- [10] 丁忠军,高翔,王成胜,等.基于层次分析法的载人深潜器潜航员职业特征研究[J].海洋工程,2014,32(6):111-118.
- [11] 宋涵,郑尚透.基于AHP综合评价法的电梯舒适度评估体系研究[J].机电工程技术,2019,48(2):33-34.
- [12] 王伟宇,朱连军.基于AHP-Fuzzy的装备保障指挥信息系统指挥控制效能评估[J].兵器装备工程学报,2016,37(10):66-71.
- [13] 张军,张继明.基于AHP的履带机器人的综合性能评价[J].火力与指挥控制,2018,42(2):26-30.
- [14] SAATY T.The analytic hierarchy process[M].McGraw-Hill Inc, New York, 1980.
- [15] 张耀天,张旭成,贾明顺,等.基于层次分析法的自适应决策评价方法[J].北京航空航天大学学报,2016,42(5):1065-1070.

(收稿日期:2020-11-12)

作者简介:

马丽丽(1984-),通信作者,女,硕士,工程师,主要研究方向:信息管理与智能决策、数据处理,E-mail:634653647@qq.com。

孙志成(1983-),男,本科,工程师,主要研究方向:数据处理。



扫码下载电子文档

版权声明

经作者授权，本论文版权和信息网络传播权归属于《电子技术应用》杂志，凡未经本刊书面同意任何机构、组织和个人不得擅自复印、汇编、翻译和进行信息网络传播。未经本刊书面同意，禁止一切互联网论文资源平台非法上传、收录本论文。

截至目前，本论文已经授权被中国期刊全文数据库（CNKI）、万方数据知识服务平台、中文科技期刊数据库（维普网）、DOAJ、美国《乌利希期刊指南》、JST 日本科技技术振兴机构数据库等数据库全文收录。

对于违反上述禁止行为并违法使用本论文的机构、组织和个人，本刊将采取一切必要法律行动来维护正当权益。

特此声明！

《电子技术应用》编辑部

中国电子信息产业集团有限公司第六研究所