

外部干扰下 SP 型 ICPT 系统的  $H_\infty$  滤波器设计\*

梁国钰, 苗磊, 黄淦珂, 朱爽鑫, 许东辉, 田恩刚

(上海理工大学 光电信息与计算机工程学院, 上海 200093)

**摘要:** 对 SP 型 ICPT 系统在外部干扰下的  $H_\infty$  滤波问题展开了研究。首先对 SP 型 ICPT 系统的电路拓扑进行研究并且以此创设了基于此电路拓扑的广义状态空间方程; 然后通过滤波误差系统的渐近稳定判定条件求取  $H_\infty$  滤波器的增益; 最后通过实验仿真来验证本文所提出理论的准确性和可行性。

**关键词:** ICPT 系统;  $H_\infty$  滤波器; SP 型谐振补偿网络; 外部干扰

中图分类号: TM724

文献标识码: A

DOI: 10.16157/j.issn.0258-7998.222574

中文引用格式: 梁国钰, 苗磊, 黄淦珂, 等. 外部干扰下 SP 型 ICPT 系统的  $H_\infty$  滤波器设计[J]. 电子技术应用, 2022, 48(12): 104-109.

英文引用格式: Liang Guoyu, Miao Lei, Huang Ganke, et al.  $H_\infty$  filter design of SP type ICPT system with external interference[J]. Application of Electronic Technique, 2022, 48(12): 104-109.

 $H_\infty$  filter design of SP type ICPT system with external interference

Liang Guoyu, Miao Lei, Huang Ganke, Zhu Shuangxin, Xu Donghui, Tian Engang

(School of Optical-Electrical and Computer Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

**Abstract:** In this paper, the  $H_\infty$  filter problem under external disturbance is studied for the inductive coupled power transfer(ICPT) system with the series-parallel(SP) resonant compensation network. To suppress external disturbance and obtain ideal estimation results at the same time, a generalized state space equation based on the circuit topology of the SP-ICPT system is established firstly. Then, a series of  $H_\infty$  filtering gains is obtained by the asymptotic stability judgment condition of the filter error system. Finally, a simulation with regard of SP-ICPT system is carried out to verify the accuracy and feasibility of the theory proposed in this paper.

**Key words:** ICPT;  $H_\infty$  filter; SP resonance compensation network; external interference

## 0 引言

感应式耦合电能传输(Inductive Coupled Power Transfer, ICPT)是一种利用交变电磁场实现对电能无线传导的技术,其中包含了五个部分,分别为:逆变电路、谐振补偿网络、整流电路、电磁耦合线圈以及纯阻性负载。ICPT 颠覆了传统的能源利用方式,并广泛应用于植入式医疗器械、集成电路、太阳能卫星、电动汽车、无人机等众多领域<sup>[1-3]</sup>。

之所以本文采取谐振补偿网络来提高系统能量传输的效率<sup>[4]</sup>,是因为系统中原边线圈和副边线圈之间的空气间隙较大。SP 型谐振补偿网络的电磁耦合线圈串联原边谐振补偿电容,电磁耦合线圈并联副边谐振补偿电容。

作为高阶系统的 ICPT 系统,系统的性能会受自身参数变动和外部干扰信号等不确定变量的影响<sup>[6]</sup>。为准确估计 ICPT 系统在外部干扰下状态变量的实时变化情况,需用一定的滤波方法来获得理想的估计结果。例如:卡尔曼滤波器(或扩展卡尔曼滤波器)已普遍应用于具

有噪声的线性(或非线性)系统<sup>[7]</sup>;  $H_\infty$  滤波方法能够保证能量误差噪声服从预先规定的干扰衰减水平<sup>[8-12]</sup>; 方差约束滤波方法所设计的滤波器增益不仅保证滤波误差的方差最小,还需保证该误差能够达到可接受的水平<sup>[13-15]</sup>; 对于带有未知却有界噪声的线性(非线性)系统,集元滤波方法被视为一种可靠的滤波方法<sup>[16]</sup>。为了抑制外部干扰对系统造成的影响,本文采用  $H_\infty$  滤波方法来保证 ICPT 系统的滤波误差渐近稳定。

本文基于傅里叶变换将该系统转换为广义状态空间平均(Generalized State Space Averaging, GSSA)模型,并使用 SP 型谐振拓扑作为谐振补偿网络。基于系统受外部干扰影响下的数学模型,利用李亚普诺夫函数和 Schur 补引理证明了滤波误差渐近稳定的充分条件,从而得到  $H_\infty$  滤波增益。最后通过实验仿真来验证本文所提出的理论的准确性和可行性。

1 SP 型 ICPT 系统的电路拓扑及广义状态空间方程的建立

图 1 为 SP 型 ICPT 系统的电路拓扑,直流电源  $E_{dc}$  和

\* 基金项目:国家自然科学基金面上项目(62173231)

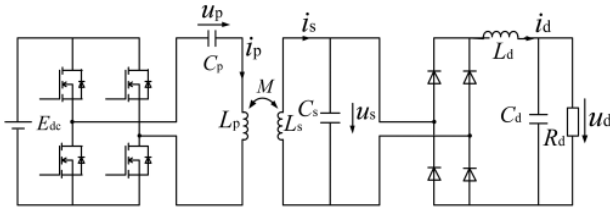


图1 SP型ICPT系统的电路拓扑

全桥逆变电路构成交流电源,将能量通过耦合电感传输到副边。为了进一步提高系统的能量传输效率,本系统原边和副边均通过谐振补偿网络减少互感  $M$  所导致的电能损耗,从而减少 ICPT 系统的无功功率。该系统的负载可等效为电阻  $R_d$ ,副边谐振补偿网络通过全桥整流电路实现交流电压到直流电压的转换,并通过 LCR 二阶滤波电路滤除直流电压的纹波,从而实现负载的能量供应。

对该系统原边谐振补偿网络与副边谐振补偿网络独立开来分析研究,对原边与副边两个耦合电路进行解耦,系统等效电路如图2所示。

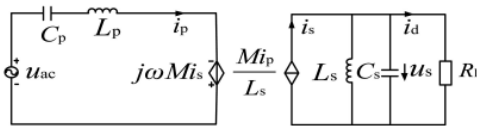


图2 SP型ICPT系统的解耦等效电路

原边解耦等效电路由交流电源、原边谐振补偿网络以及受控电压源三部分构成,其中交变电压源  $u_{ac}$  可等效为方波信号,受控电压源  $j\omega M i_s$  为原副边耦合线圈在原边侧的感应电动势,原边补偿电容  $C_p$  和原边耦合电感  $L_p$  一起构成串联谐振补偿电路。副边解耦等效电路由受控电流源、副边谐振补偿电路以及等效负载构成,其中受控电流源可通过戴维南定理得到,副边耦合线圈电感  $L_s$  和副边补偿电容  $C_s$  共同构成并联谐振补偿电路,整流电路和纯阻性负载可等效为电阻为  $R_1$  的等效负载。

ICPT 系统中谐振补偿网络产生的谐振频率会影响整个系统的工作状态,为使系统处于最佳工作状态,应尽可能将谐振补偿网络产生的谐振频率与交变电源产生的交变频率基本保持一致。当 ICPT 系统处于谐振状态时,此时的工作频率即为系统谐振频率  $\omega_0$ ,原边和副边谐振补偿网络的补偿电容见式(1)。

$$\begin{cases} C_p = \frac{1}{\omega_0^2 \left( L_p - \frac{\omega_0^2 L_s M^2 (1 + \omega_0^2 C_s^2 R_L^2)}{R_L^2 + \omega_0^2 L_s^2} \right)} \\ C_s = \frac{1}{\omega_0^2 L_s} \end{cases} \quad (1)$$

ICPT 系统的等效电路如图3所示。图中  $E_{dc} S_i(t)$  为交

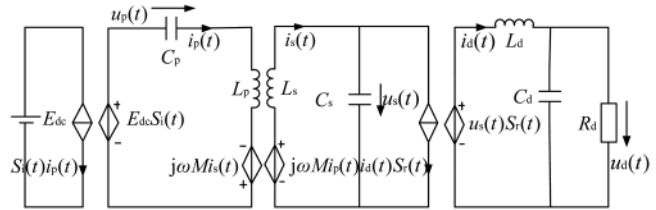


图3 SP型ICPT系统的等效电路

变电源产生的方波信号,其中  $S_i(t)$  的初相角记为 0;原边谐振补偿网络由原边电磁耦合线圈的电感  $L_p$  和原边谐振补偿电容  $C_p$  串联组成,副边谐振补偿网络由副边谐振补偿电容  $C_s$  和副边电磁耦合线圈的电感  $L_s$  并联组成;系统谐振角频率记为  $\omega_0$ ;电压受控源  $j\omega M i_s$  和  $j\omega M i_p$  一起组成电磁耦合线圈的互感等效模型;电流受控源  $i_d S_r(t)$  和电压受控源  $u_d S_r(t)$  一起组成全桥整流电路等效模型。其中  $S_i(t)$  的表达式见式(2)。

$$S_i = \text{sgn}(u_{ac}(t)) = \begin{cases} -1 & |u_s| > 0 \\ 0 & |u_s| = 0 \\ 1 & |u_s| < 0 \end{cases} \quad (2)$$

建立状态空间方程组如式(3)所示,状态空间方程组的状态变量分别为电容两端的电压和流经电感的电流。建立 ICPT 系统的 GSSA 方程将方程中存在的  $S_i(t)$  和  $S_r(t)$  这两个线性时变量线性化。

$$S_r = \text{sgn}(u_s(t)) = \text{sgn}(\sin(\omega_0 t + \theta_r)) = \begin{cases} -1 & |u_s| > 0 \\ 0 & |u_s| = 0 \\ 1 & |u_s| < 0 \end{cases} \quad (3)$$

为实现 ICPT 系统状态空间方程的线性化,通过傅里叶变换得到 ICPT 系统的广义状态空间方程,见式(4)。

$$\begin{cases} S_i(t) U_1 = u_p(t) + L_p \frac{di_p(t)}{dt} - M \frac{di_s(t)}{dt} \\ i_p(t) = C_p \frac{du_p(t)}{dt} \\ M \frac{di_p(t)}{dt} = L_s \frac{di_s(t)}{dt} + u_s(t) \\ i_s(t) - S_r i_d(t) = C_s \frac{du_s(t)}{dt} \\ S_r u_s(t) = L_d \frac{di_d(t)}{dt} + u_d(t) \\ i_d(t) - \frac{u_d(t)}{R_d} = C_d \frac{du_d(t)}{dt} \end{cases} \quad (4)$$

## 2 SP型ICPT系统的模型建立

在存在外部干扰的情况下,建立系统基于零输入条件下的 GSSA 模型:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{G}_A \mathbf{x}(t) + \mathbf{G}_B \omega(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{G}_C \mathbf{x}(t) + \mathbf{G}_D \omega(t) \\ \mathbf{z}(t) = \mathbf{G}_S \mathbf{x}(t) \end{cases} \quad (5)$$

其中  $\mathbf{x}(t) \in R^{10}$  为状态空间向量,其相应的表达形式为:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \\ x_5(t) \\ x_6(t) \\ x_7(t) \\ x_8(t) \\ x_9(t) \\ x_{10}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Re} \langle u_p(t) \rangle_1 \\ \text{Im} \langle u_p(t) \rangle_1 \\ \text{Re} \langle i_p(t) \rangle_1 \\ \text{Im} \langle i_p(t) \rangle_1 \\ \text{Re} \langle i_s(t) \rangle_1 \\ \text{Im} \langle i_s(t) \rangle_1 \\ \text{Re} \langle u_s(t) \rangle_1 \\ \text{Im} \langle u_s(t) \rangle_1 \\ \langle i_d(t) \rangle_0 \\ \langle u_d(t) \rangle_0 \end{bmatrix}$$

这里,  $x_i(t)(i=1, \dots, 10)$  代表系统的第  $i$  个状态变量。 $\mathbf{y}(t) \in R^2$  为测量输出向量, 其相应的表达形式为:

$$\mathbf{y}(t) = [y_1(t) \ y_2(t)]^T$$

这里,  $y_j(t)(j=1, 2)$  代表传感器  $j$  的测量值, 其中  $y_1(t)$  代表系统输出电压  $u_d(t)$  通过电压传感器(传感器 1)得到的测量值,  $y_2(t)$  代表系统输出电流  $i_d(t)$  通过电流传感器(传感器 2)得到的测量值。 $\mathbf{z}(t) \in R^{10}$  为系统输出向量,  $\omega(t) \in R^1$  和  $\alpha(t) \in R^1$  分别为系统的过程噪声与测量噪声,  $\mathbf{G}_A$ 、 $\mathbf{G}_B$ 、 $\mathbf{G}_C$ 、 $\mathbf{G}_D$  和  $\mathbf{G}_S$  为合适维数的已知矩阵, 其中  $\mathbf{G}_A$  可通过式(6)获得。

$$\begin{cases} \frac{d\text{Re} \langle u_p(t) \rangle_1}{dt} = \omega_0 \text{Im} \langle u_p(t) \rangle_1 + \frac{1}{C_p} \text{Re} \langle i_p(t) \rangle_1 \\ \frac{d\text{Im} \langle u_p(t) \rangle_1}{dt} = -\omega_0 \text{Re} \langle u_p(t) \rangle_1 + \frac{1}{C_p} \text{Im} \langle i_p(t) \rangle_1 \\ \frac{d\text{Re} \langle i_p(t) \rangle_1}{dt} = \frac{L_s}{M^2 - L_s L_p} \text{Re} \langle u_p(t) \rangle_1 + \omega_0 \text{Im} \langle i_p(t) \rangle_1 + \frac{M}{M^2 - L_s L_p} \text{Re} \langle u_s(t) \rangle_1 \\ \frac{d\text{Im} \langle i_p(t) \rangle_1}{dt} = \frac{L_s}{M^2 - L_s L_p} \text{Im} \langle u_p(t) \rangle_1 - \omega_0 \text{Re} \langle i_p(t) \rangle_1 + \frac{M}{M^2 - L_s L_p} \text{Im} \langle u_s(t) \rangle_1 + \frac{2L_s}{\pi(M^2 - L_s L_p)} U_1(t) \\ \frac{d\text{Re} \langle i_s(t) \rangle_1}{dt} = \frac{M}{M^2 - L_s L_p} \text{Re} \langle u_p(t) \rangle_1 + \omega_0 \text{Im} \langle i_s(t) \rangle_1 + \frac{L_p}{M^2 - L_s L_p} \text{Re} \langle u_s(t) \rangle_1 \\ \frac{d\text{Im} \langle i_s(t) \rangle_1}{dt} = \frac{M}{M^2 - L_s L_p} \text{Im} \langle u_p(t) \rangle_1 - \omega_0 \text{Re} \langle i_s(t) \rangle_1 + \frac{L_s}{M^2 - L_s L_p} \text{Im} \langle u_s(t) \rangle_1 + \frac{2M}{\pi(M^2 - L_s L_p)} U_1(t) \\ \frac{d\text{Re} \langle u_s(t) \rangle_1}{dt} = \frac{1}{C_p} \text{Re} \langle i_s(t) \rangle_1 + \omega_0 \text{Im} \langle u_s(t) \rangle_1 - \frac{2}{\pi C_s} \langle i_d(t) \rangle_0 \\ \frac{d\text{Im} \langle u_s(t) \rangle_1}{dt} = \frac{1}{C_s} \text{Im} \langle i_s(t) \rangle_1 - \omega_0 \text{Re} \langle u_s(t) \rangle_1 \\ \frac{d\langle i_d(t) \rangle_0}{dt} = \frac{4}{L_d \pi} \text{Re} \langle u_s(t) \rangle_1 - \frac{1}{L_d} \langle u_d(t) \rangle_0 \\ \frac{d\langle u_d(t) \rangle_0}{dt} = \frac{1}{C_d} \langle i_d(t) \rangle_0 - \frac{1}{C_d R_d} \langle u_d(t) \rangle_0 \end{cases} \quad (6)$$

在系统受到外部干扰后, 为使系统仍然能够跟踪输入信号的变化趋势和实时状况, 可设计一种  $H_\infty$  滤波器, 形式描述为:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_h(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}_h(t) + \mathbf{B}\mathbf{y}(t) \\ \mathbf{z}_h(t) = \mathbf{S}\mathbf{x}(t) \end{cases} \quad (7)$$

其中滤波器增益  $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$  和  $\mathbf{S}$  为合适维数的待确定矩阵;  $\mathbf{x}_h(t) \in R^{10}$  为滤波器的状态空间向量;  $\mathbf{z}_h(t) \in R^{10}$  为滤波器的输出向量, 该向量代表  $\mathbf{z}(t)$  的估计结果;  $\mathbf{y}(t) \in R^2$  为滤波器的输入向量, 即系统的测量输出向量。

通过联立式(5)和式(7), 便得到外部干扰下系统的滤波误差增广系统模型, 相应的表达式见式(8)。

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\phi}}(t) = \mathbf{L}_A \mathbf{x}(t) + \mathbf{L}_B \mathbf{y}(t) \\ \boldsymbol{\eta}(t) = \mathbf{L}_C \mathbf{x}(t) \end{cases} \quad (8)$$

其中增广状态向量  $\boldsymbol{\phi}(t)$  与增广噪声向量  $\boldsymbol{\eta}(t)$  分别表示

$$\text{为: } \mathbf{f}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{x}_h(t) \end{bmatrix}, \boldsymbol{\zeta}(t) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}(t) \\ \boldsymbol{\gamma}(t) \end{bmatrix}.$$

$\boldsymbol{\eta}(t)$  为系统式(22)的误差向量, 该向量代表系统输出实际值与估计值之间的偏差, 即  $\boldsymbol{\eta}(t) = \mathbf{z}(t) - \mathbf{z}_h(t)$ 。增广系统公式(13)的系数矩阵  $\mathbf{L}_A$ 、 $\mathbf{L}_B$ 、 $\mathbf{L}_C$  分别表示为:

$$\mathbf{L}_A = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_A & 0 \\ \mathbf{B}\mathbf{G}_C & \mathbf{A} \end{bmatrix}, \mathbf{L}_B = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_B & 0 \\ 0 & \mathbf{B}\mathbf{G}_D \end{bmatrix}, \mathbf{L}_C = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_S^T \\ -\mathbf{S}^T \end{bmatrix}$$

### 3 $H_\infty$ 滤波器的设计

为准确估计系统输出  $\mathbf{z}(t)$  的实时变化情况, 本文所设计的  $H_\infty$  滤波器能够保证增广的滤波误差系统公式(8)的渐近稳定性, 其对应的充分条件可通过定理 1 得到。

定理 1: 针对一个给定的干扰衰减水平  $\gamma > 0$ , 若存在正定矩阵  $\boldsymbol{\Theta}_h > 0$  让下面的线性矩阵不等式 (Linear matrix inequality, LMI) 成立, 则不等式(9)为系统公式(8)渐近稳定的充分条件。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{L}_A^T \boldsymbol{\Theta}_h + \boldsymbol{\Theta}_h \mathbf{L}_A & * & * \\ \mathbf{L}_B \boldsymbol{\Theta}_h & -\gamma^2 \mathbf{I} & * \\ \mathbf{L}_C & 0 & -\mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \quad (9)$$

定理 1 的证明过程如下:

基于滤波误差增广系统模型构建李亚普诺夫函数  $\Omega(t)$ , 该函数的基本形式如下:

$$\Omega(\varepsilon(t)) = \boldsymbol{\phi}^T(t) \boldsymbol{\Theta}_h \boldsymbol{\phi}(t) \quad (10)$$

由无穷小算子的基本定义<sup>[8]</sup>, 得到李亚普诺夫函数的无穷小算子:

$$\mathbf{L}\Omega(\varepsilon(t)) = \mathbf{I}\mathbf{I}_1(t) - \boldsymbol{\eta}^T(t) \boldsymbol{\eta}(t) + \gamma^2 \boldsymbol{\zeta}^T(t) \boldsymbol{\zeta}(t) \quad (11)$$

其中  $\gamma$  代表系统的噪声衰减水平, 该值用于抑制增广噪声  $\boldsymbol{\zeta}(t)$  对系统鲁棒性能的影响, 且  $\mathbf{I}\mathbf{I}_1(t) = 2\boldsymbol{\phi}^T(t) \boldsymbol{\Theta}_h \dot{\boldsymbol{\phi}}(t) + \boldsymbol{\eta}^T(t) \boldsymbol{\eta}(t) - \gamma^2 \boldsymbol{\zeta}^T(t) \boldsymbol{\zeta}(t)$ 。

根据式(8)可明显发现,  $\mathbf{I}\mathbf{I}_1$  还可以描述为:

$$\mathbf{I}\mathbf{I}_1(t) = 2\boldsymbol{\phi}^T(t) \boldsymbol{\Theta}_h [\mathbf{L}_A \boldsymbol{\phi}(t) + \mathbf{L}_B \boldsymbol{\zeta}(t)] + \boldsymbol{\phi}^T(t) \mathbf{L}_C^T \mathbf{L}_C(t) \boldsymbol{\phi}(t) - \gamma^2 \boldsymbol{\zeta}^T(t) \boldsymbol{\zeta}(t) \quad (12)$$

基于 Schur 补引理<sup>[8]</sup>, 式(12)还能转化为如下形式:

$$\begin{aligned} & \Pi_1(t) = \\ & \chi^T(t) \left\{ \begin{bmatrix} L_A^T \Theta_{h1} + \Theta_{h1} L_A & * \\ L_B \Theta_h & -\gamma^2 I \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} L_C^T(t) \\ 0 \end{bmatrix} (-I) [L_C(t) \ 0] \right\} \chi(t) < \\ & \chi^T(t) \left\{ \begin{bmatrix} L_A^T \Theta_{h1} + \Theta_{h1} L_A & * & * \\ L_B \Theta_h & -\gamma^2 I & * \\ L_C(t) & 0 & -I \end{bmatrix} \right\} \chi(t) \end{aligned} \quad (13)$$

由此便得到定理 1 中 LMI 的具体形式(式(13)), 下面需验证式(13)为系统公式(12)渐近稳定的充分条件。

如果系统渐近稳定, 则该系统满足<sup>[9]</sup>:

$$\int_0^{+\infty} \eta^T(\sigma) \eta(\sigma) d\sigma < \gamma^2 \int_0^{+\infty} \zeta^T(\sigma) \zeta(\sigma) d\sigma \quad (14)$$

其中增广的系统噪声  $\theta(t)$  为能量有界噪声;  $\gamma$  为用于抑制系统噪声  $\theta(t)$  的噪声衰减水平。

对式(11)等号两端取积分, 便得到:

$$\begin{aligned} & \Omega(\varepsilon(+\infty)) - \Omega(\varepsilon(0)) = \\ & \int_0^{+\infty} [\Pi_1(\tau) - \eta^T(\tau) \eta(\tau) + \gamma^2 \zeta^T(\tau) \zeta(\tau)] d\tau \end{aligned} \quad (15)$$

将式(9)代入到式(15), 便得到:

$$\begin{aligned} & \Omega(\varepsilon(+\infty)) - \Omega(\varepsilon(0)) + \int_0^{+\infty} \eta^T(\tau) \eta(\tau) d\tau - \\ & \gamma^2 \int_0^{+\infty} \zeta^T(\tau) \zeta(\tau) d\tau < 0 \end{aligned} \quad (16)$$

考虑到系统渐近稳定的必要条件为  $F(\varepsilon(+\infty)) < F(\varepsilon(0))$ , 故根据公式(16)便能推出:

$$E \left\{ \int_0^{+\infty} \eta^T(\tau) \eta(\tau) d\tau \right\} - \gamma^2 E \left\{ \int_0^{+\infty} \zeta^T(\tau) \zeta(\tau) d\tau \right\} < 0 \quad (17)$$

由于式(17)与系统渐近稳定条件即式(14)完全一致, 因此式(9)即为系统公式(8)渐近稳定的充分条件。

基于增广滤波误差系统公式(8)的渐近稳定充分条件(9)可得到  $H_\infty$  滤波器的增益, 因此  $H_\infty$  滤波器增益的求解过程流程图见图 4。

由图 4 可知,  $H_\infty$  滤波器的设计流程如下:

(1) 初始化 SP 型 ICPT 系统的参数, 包括: 输入电压、输出功率、系统效率、原副边耦合线圈电感、线圈耦合互感、谐振补偿电容等。

(2) 初始化干扰衰减水平  $\gamma$ 。

(3) 将正定矩阵  $\Theta_h$  与  $\gamma_h$  各自分解为如式(18)及式(19)的形式:

$$\Theta_h = \begin{bmatrix} \Theta_{h1} & \Theta_{h2} \\ \Theta_{h2}^T & \Theta_{h3} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\gamma_h = \begin{bmatrix} I & \\ & \Theta_{h2} \Theta_{h3}^{-1} \end{bmatrix} \quad (19)$$

(4) 对滤波误差系统渐近稳定充分条件式(9)两边左乘与右乘对角矩阵  $\text{diag}\{\gamma_h, I, I\}$  及其转置得到 LMI 形式见式(20)。

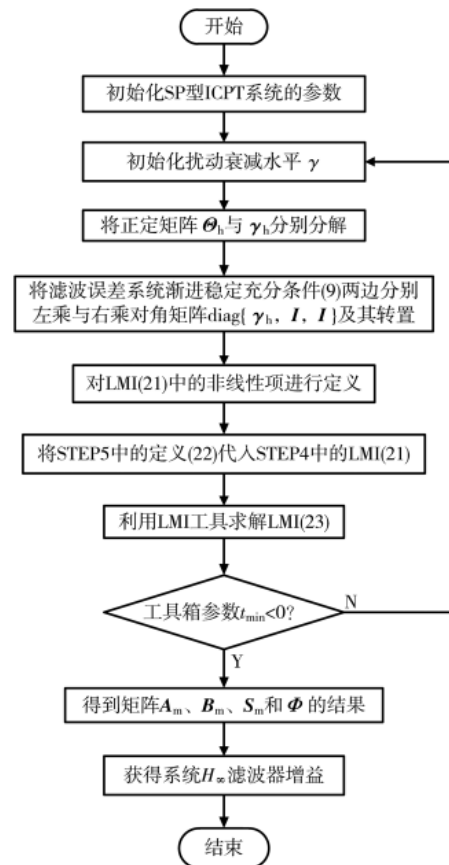


图 4  $H_\infty$  滤波器增益的求解流程图

$$\begin{bmatrix} \Delta_{11} & * & * & * & * \\ \Delta_{21} & \Delta_{22} & * & * & * \\ G_B^T \Theta_{h1} & \Delta_{22} & -\gamma^2 I & * & * \\ \Delta_{41} & \Delta_{42} & 0 & -\gamma^2 I & * \\ G_S & -s \Theta_{h3}^{-1} \Theta_{h2}^T & 0 & 0 & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (20)$$

其中:

$$\begin{aligned} \Delta_{11} &= G_A^T \Theta_{h1} + \Theta_{h1} G_A + G_C^T B^T \Theta_{h2}^T + \Theta_{h2} B G_C \\ \Delta_{21} &= \Theta_{h2} \Theta_{h3}^{-1} A^T \Theta_{h2}^T + \Theta_{h2} \Theta_{h3}^{-1} \Theta_{h2}^T G_A + \Theta_{h2} B G_C \\ \Delta_{22} &= \Theta_{h2} \Theta_{h3}^{-1} A^T \Theta_{h2}^T + \Theta_{h2} A \Theta_{h3}^{-1} \Theta_{h2}^T \\ \Delta_{32} &= B^T \Theta_{h2} \Theta_{h3}^{-1} \Theta_{h2}^T \\ \Delta_{41} &= \Delta_{42} = G_D^T B^T \Theta_{h2}^T \end{aligned}$$

(5) 对 LMI 式(20)中的非线性项进行定义:

$$\begin{aligned} \Phi &= \Theta_{h2} \Theta_{h3}^{-1} \Theta_{h2}^T \\ A_m &= \Theta_{h2} A \Theta_{h3}^{-1} \Theta_{h2}^T \\ B_m &= \Theta_{h2} B \\ S_m &= S \Theta_{h3}^{-1} \Theta_{h2}^T \end{aligned} \quad (21)$$

(6) 将步骤(5)中的定义式(21)代入步骤(4)中的 LMI 式(21)中, 便得到如式(22)所示的 LMI 具体形式。



$$\begin{bmatrix} T_{11} & * & * & * & * \\ T_{21} & A_m^T + A_m & * & * & * \\ G_B^T \Theta_{h1} & G_B^T Y & -\gamma^2 I & * & * \\ G_D^T B_m^T & G_D^T B_m^T & 0 & -\gamma^2 I & * \\ G_S & -S_m & 0 & 0 & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (22)$$

其中：

$$\begin{cases} T_{11} = G_A^T \Theta_{h1} + \Theta_{h1} G_A + G_C^T B_m^T + B_m G_C \\ T_{21} = A_m^T + \Phi G_A B_m G_C \end{cases}$$

(7) 利用 LMI 工具箱求解 LMI 式(22), 判断工具箱参数  $t_{\min}$  是否小于 0; 若小于 0, 便得到矩阵  $A_m$ 、 $B_m$ 、 $S_m$  和  $\Phi$  的结果, 并执行下一步; 若  $t_{\min}$  不小于 0, 则需返回步骤(2)重新选取干扰衰减水平  $\gamma$ 。

(8) 根据步骤(7)得到的矩阵结构获得系统  $H_\infty$  滤波器增益为：

$$\begin{cases} A = \Theta_{h2}^{-T} \Theta_{h3} (\Theta_{h2}^{-1} A_m \Theta_{h2}^{-T} \Theta_{h3})^{-1} \Theta_{h3}^T = \Phi^{-1} A_m \\ B = \Theta_{h2}^{-T} \Theta_{h3} (\Theta_{h2}^{-1} B_m) = \Phi^{-1} B_m \\ S = (S_m \Theta_{h2}^{-T} \Theta_{h3}) \Theta_{h3}^{-1} \Theta_{h2}^T = S_m \end{cases} \quad (23)$$

4 仿真验证

下面通过实例来验证本发明所提出滤波器设计方法的合理性。

SP 型 ICPT 系统在仿真期间采样时间为 1  $\mu$ s, 设 SP 型 ICPT 系统的电气参数如表 1 所示。

表 1 SP 型 ICPT 系统的电气参数汇总

参数名称	参数值	参数名称	参数值
原边耦合线圈电感 $L_p/\mu\text{H}$	126	副边耦合电感 $L_s/\mu\text{H}$	126
原边谐振补偿电容 $C_p/\mu\text{F}$	2.4	副边谐振补偿电容 $C_s/\mu\text{F}$	2
负载电感 $L_d/\text{mH}$	2	负载电容 $C_d/\mu\text{H}$	220
负载电阻 $R_d/\Omega$	18	互感 $M/\mu\text{H}$	44.1
谐振频率 $f_0/\text{Hz}$	10	开关角频率 $\omega_0/(\text{rad/s})$	62 800

本文通过测量得到的输出电压与输出电流来估计系统原边谐振补偿网络的电压与电流基波分量。基于 SP 型 ICPT 系统的 GSSA 模型以及上述电气参数, 便得到相应的系数矩阵形式如下：

$$\begin{aligned} G_A &= 10^3 \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0.6283 & 4.2769 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.6283 & 0 & 0 & 4.2769 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0923 & 0 & -0.0002 & 0.6283 & -0.0001 & 0 & -0.0347 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0923 & -0.6283 & -0.0002 & 0 & -0.0001 & 0 & -0.0347 & 0 & 0 \\ -0.0347 & 0 & -0.0001 & 0 & -0.0002 & 0.6283 & -0.0923 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0347 & 0 & -0.0001 & -0.6283 & -0.0002 & 0 & -0.0923 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4.9809 & 0 & 0 & 0.6283 & 0.0000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4.9809 & -0.6283 & 0 & 3.1710 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0000 & -0.0064 & 0 & -0.0050 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0455 & -0.0025 \end{bmatrix} \\ G_B &= [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]^T \\ G_C &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ G_D &= [1 \ 1]^T \\ G_S &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (24)$$

将脉冲信号作为系统的外部干扰, 相应的表达式如下：

$$\omega(t) = \alpha(t) = \begin{cases} 30 & 0 \leq t < 0.1 \text{ s} \\ 0 & 0.1 \text{ s} \leq t < 0.2 \text{ s} \end{cases} \quad (25)$$

基于上述实例设计的滤波器, 得到系统输出变量实际值与估计值的实时仿真结果见图 5~图 8。

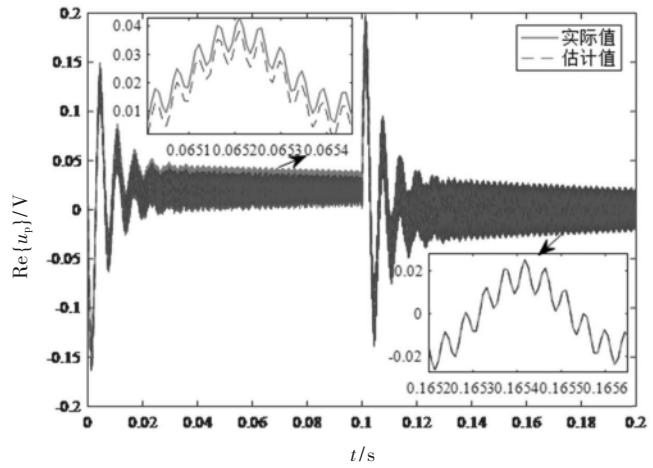


图 5 原边电容电压实部  $\text{Re}\{u_p\}$  实际值与估计值比较

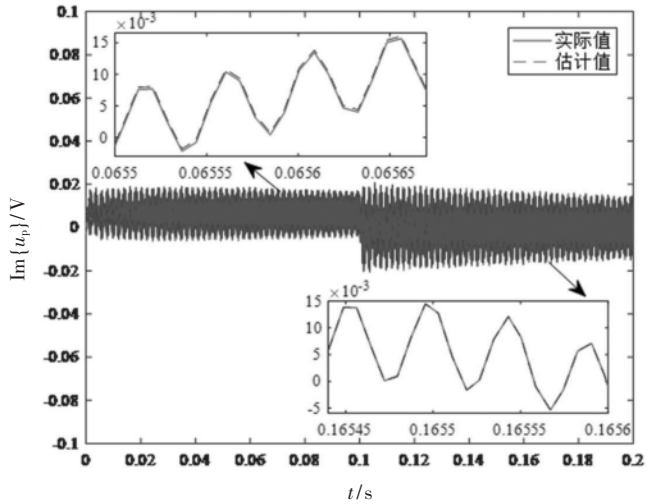
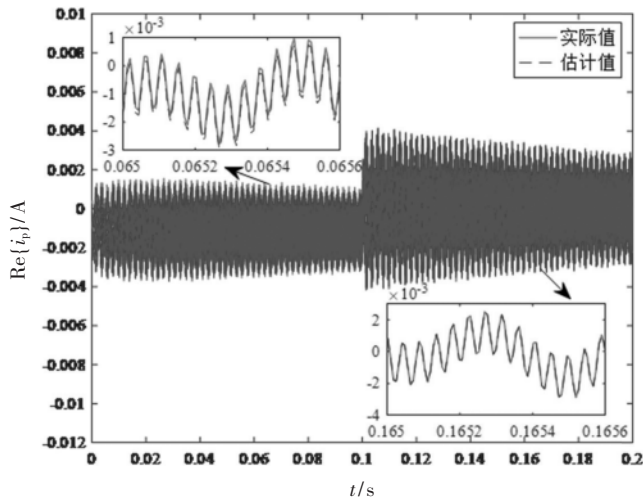
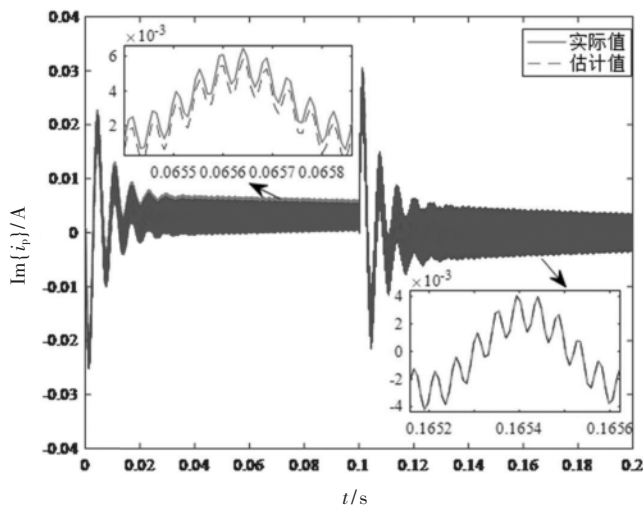


图 6 原边电容电压虚部  $\text{Im}\{u_p\}$  实际值与估计值比较

由仿真结果可知, 仅根据系统负载电压与负载电流的测量结果, 便能估计系统中所有状态变量的实时变化趋势。与此同时, 虽然外部干扰情况下系统的估计值误差大于系统无外部干扰的估计误差, 但是外部干扰情况下的估计值误差在可允许的误差范围内变化, 从而验证本文所设计滤波器的有效性、精确性和稳定性。

5 结论

本文解决了外部干扰下 SP 型 ICPT 系统的  $H_\infty$  滤波问题。为设计  $H_\infty$  过滤器, 本文首先建立了 SP 谐振系统的 GSSA 方程; 然后提出了外部干扰下的增广滤波误差系统来重新构建估计值与实际值之间的关系; 随后, 根据

图7 原边电感电流实部  $\text{Re}\{i_p\}$  实际值与估计值比较图8 原边电感电流虚部  $\text{Im}\{i_p\}$  实际值与估计值比较

滤波误差系统渐近稳定的充分条件获得  $H_\infty$  滤波增益；最后，借以带有实际参数 SP 谐振 ICPT 系统来验证所提出滤波方法的有效性。从仿真结果中可以直观地看出，即使系统受到外部干扰的影响，该系统中所有状态估计值与实际值之间的偏差均在一定允许范围内变化。

#### 参考文献

- [1] ZHANG Z, PANG H, GEORGIADIS A, et al. Wireless power transfer — an overview[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2018, 66(2): 1044–2058.
- [2] 夏晨阳. 感应耦合电能传输系统能效特性的分析与优化研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2010.
- [3] IMURA T, HORI Y. Maximizing air gap and efficiency of

magnetic resonant coupling for wireless power transfer using equivalent circuit and neumann formula[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2011, 58(10): 4746–4752.

- [4] CHUI C K. Estimation, control, and the discrete kalman filter (Donald E. Calin)[J]. SIAM Review, 2006, 32(3): 111–117.
- [5] LACERDA M J, TARBOURIECH S, GARCIA G, et al.  $H_\infty$  filter design for nonlinear polynomial systems[J]. Systems & Control Letters, 2014, 70: 77–84.
- [6] HE S, LIU F. Robust peak-to-peak filtering for markov jump systems[J]. Signal Processing, 2010, 90(2): 513–522.
- [7] 冯肖亮, 文成林, 刘伟峰, 等. 基于多传感器的序贯式融合有限域  $H_\infty$  滤波方法[J]. 自动化学报, 2013, 39(9): 1523–1532.
- [8] 张玲霞, 董玉冰, 李学军. 时滞系统  $H_\infty$  滤波方法研究[J]. 长春大学学报, 2011, 21(2): 29–32.
- [9] TIAN E, YUE D. Reliable  $H_\infty$  filter design for T-S fuzzy model-based networked control; systems with random sensor failure[J]. International Journal of Robust & Nonlinear Control, 2013, 23(1): 15–32.
- [10] 陈珩, 刘飞. 一种放宽的非线性系统鲁棒波方法  $H_\infty$  滤波方法[C]//中国过程控制会议, 2011.
- [11] 祖晖, 沈绍博, 李涛. 基于扩展  $H_\infty$  滤波方法的无位置传感器 DD-PMSG 的转子位置和速度鲁棒估计[C]//中国制导、导航与控制学术会议, 2014.
- [12] YANG F, LI Y. Set-membership filtering for systems with sensor saturation[J]. Automatica, 2009, 45(8): 1896–1902.
- [13] 张端金, 吴捷. 具有区域极点和方差约束的 Delta 算子系统鲁棒  $H_\infty$  滤波[J]. 控制与决策, 2004(1): 12–16.
- [14] 张端金, 吴捷. 误差方差约束下 Delta 算子不确定系统的鲁棒  $H_\infty$  滤波[J]. 控制理论与应用, 2003(2): 149–153.
- [15] LI Y, DU H, YANG M, et al. Two-degree-of-freedom  $H_\infty$  robust control optimization for IPT system with parameter perturbations[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2018, 33(12): 10954–10969.

(收稿日期: 2022-01-14)

#### 作者简介:

梁国钰(2000–), 男, 学士, 主要研究方向: 无线充电技术。

苗磊(1997–), 男, 学士, 主要研究方向: 无线充电技术。

黄淦珂(1999–), 男, 学士, 主要研究方向: 无线充电技术。



扫码下载电子文档

## 版权声明

经作者授权，本论文版权和信息网络传播权归属于《电子技术应用》杂志，凡未经本刊书面同意任何机构、组织和个人不得擅自复印、汇编、翻译和进行信息网络传播。未经本刊书面同意，禁止一切互联网论文资源平台非法上传、收录本论文。

截至目前，本论文已经授权被中国期刊全文数据库（CNKI）、万方数据知识服务平台、中文科技期刊数据库（维普网）、DOAJ、美国《乌利希期刊指南》、JST 日本科技技术振兴机构数据库等数据库全文收录。

对于违反上述禁止行为并违法使用本论文的机构、组织和个人，本刊将采取一切必要法律行动来维护正当权益。

特此声明！

《电子技术应用》编辑部

中国电子信息产业集团有限公司第六研究所